Electrotechnique : alimentation et machines

Partie 1. Alimentations, puissance.

Olivier Gras

olivier.gras@ac-amiens.fr

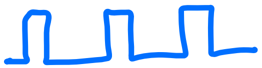
CPGE PSI / L3 GE CLEERE

- 1. analyse doc
- des feuilles d'exos
- QCM
- devoir

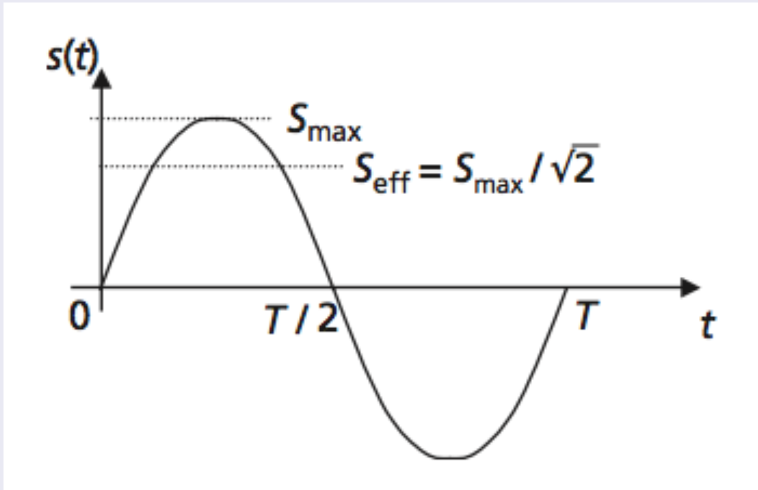
Objet de ce cours :

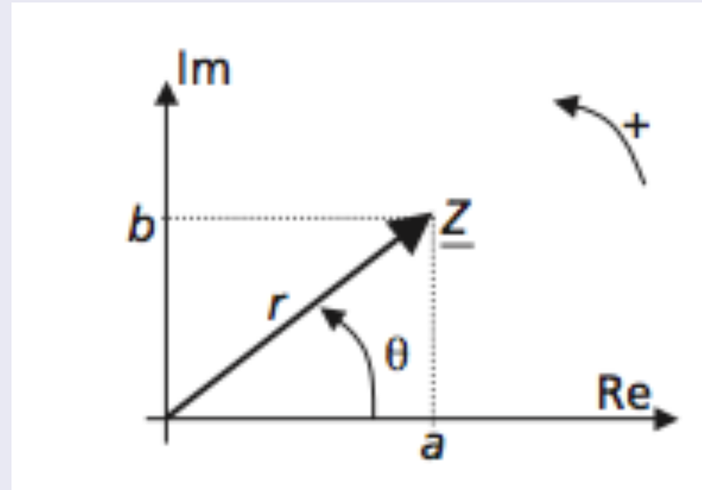
Olivier GRAS [Enseignant CPGE PSI, Amiens] [Enseignement UPJV, Amiens]

1. Alimentations dinstallations industrielles : sinusoïdale monophasée et triphasée. Puissances. Facteur de puissance.
2. Transformateurs monophasé et triphasé, cas parfait.
3. Etude de différents convertisseurs : hacheur, onduleur, gradateur, redressement monophasé (simple et double alternance).
4. Machines tournantes.
5. Machine asynchrone monophasée et triphasée.
6. Machines à courant continu. Comprendre et savoir contrôler les systèmes technologiques complexes, moteurs et convertisseurs électriques, systèmes mono et triphasés.
7. Notions nécessaires à l'Habilitation Electrique.



Cas d'une source sinusoïdale





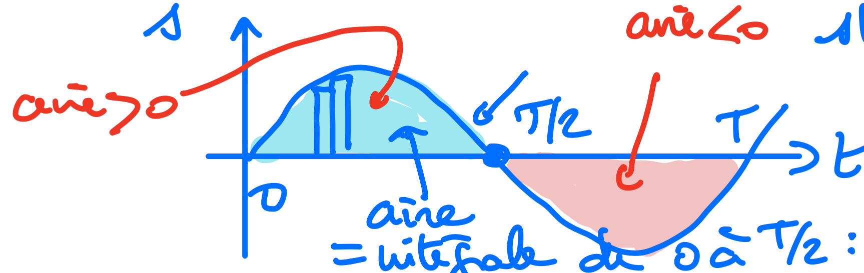
Avec les notations classiques, on peut écrire :
$s(t) = S_{max} \cos(\omega t + \phi)$ avec $S_{eff} = \sqrt{2} \times S_{max}$
On a accès aux termes : période T, fréquence $f = 1/T$, pulsation ω, phase à l'origine temporelle : ϕ, valeur moyenne $< s(t) >$, valeur efficace.
Pour la notation complexe, on a la représentation de **l'affixe** Z d'un nombre complexe $Z = a \; + \; j \times b$ avec $j^2 = -1$

(a) RMS root Mean Square

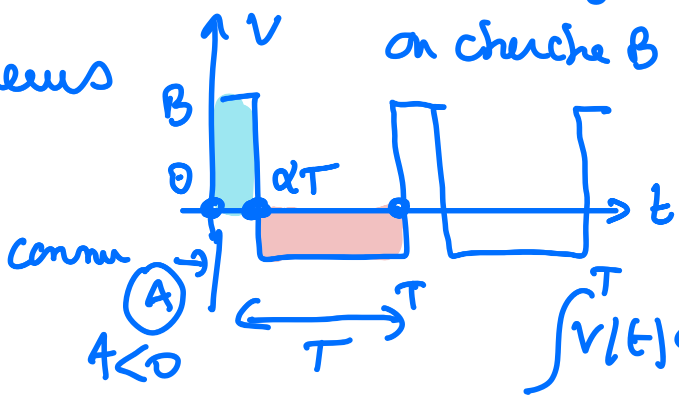
$$\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt}.$$

Moyenne : $\frac{1}{T}\int_0^T s(t)\,dt = \langle s \rangle$

$s(t) = S\cos(\omega t)$.



utilité : cf hacheurs



on cherche B et on sait $\langle V \rangle = 0$

$$\frac{1}{T}\int_0^T V(t)\,dt$$

$$\int_0^T V(t)\,dt = \square + \square = B\times\alpha T + \underbrace{A}_{<0}\times\underbrace{(1-\alpha)T}_{>0}$$

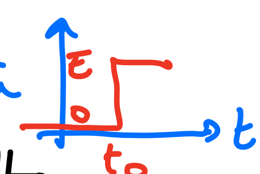
$$0 = \underset{\text{inconnue}}{B}\,\alpha T - \underset{\text{connu}}{|A|}\,T(1-\alpha).$$

(b) nombres complexes

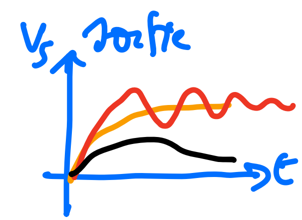
représentation simplifiée des tensions

(c) réponses temporelles

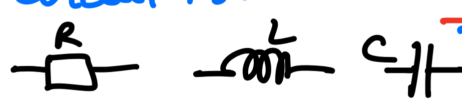
circuit soumis à



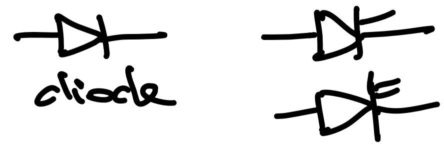
réponse →



dipôles ?



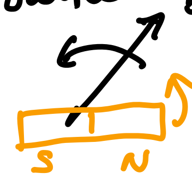
et quelques "interrupteurs" :



thyristor et transistor.

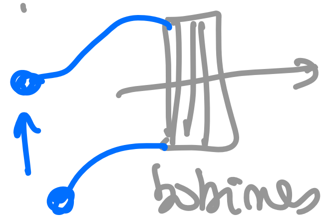
(d) $\vec{B}$ chp magnétique

tourne $\vec{B}$



mouvement synchrone

(e) INDUCTION.



$\vec{B}(t)$ crée e(t) donc génératrice.

(f) étude des milieux mgn

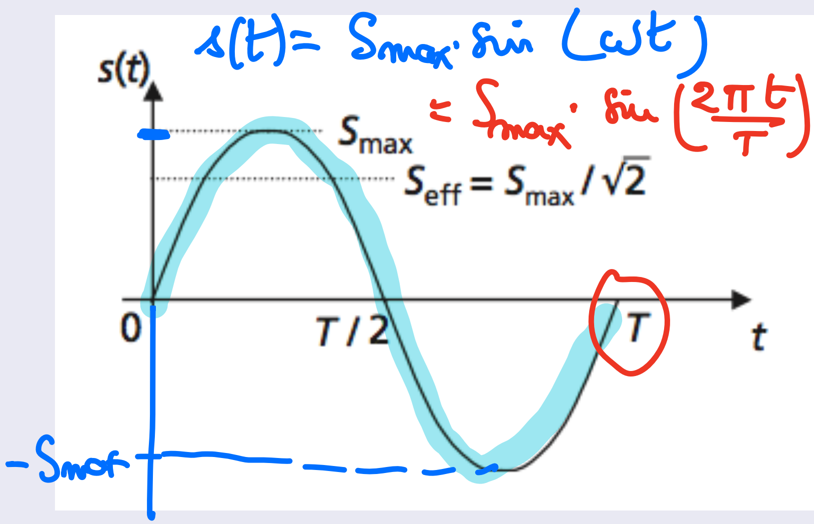
→ aimants (moteurs élec).

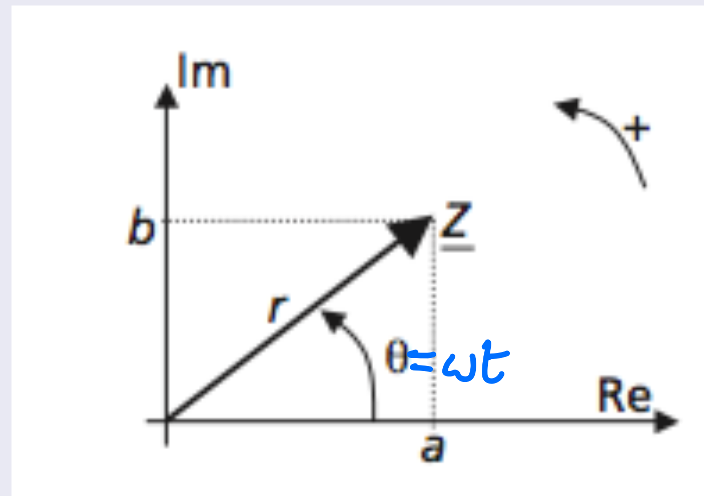
→ enregistrement mgn.

ω = pulsation en rad $\cdot s^{-1}$ $[\omega] = T^{-1}$

Cas d'une source sinusoïdale

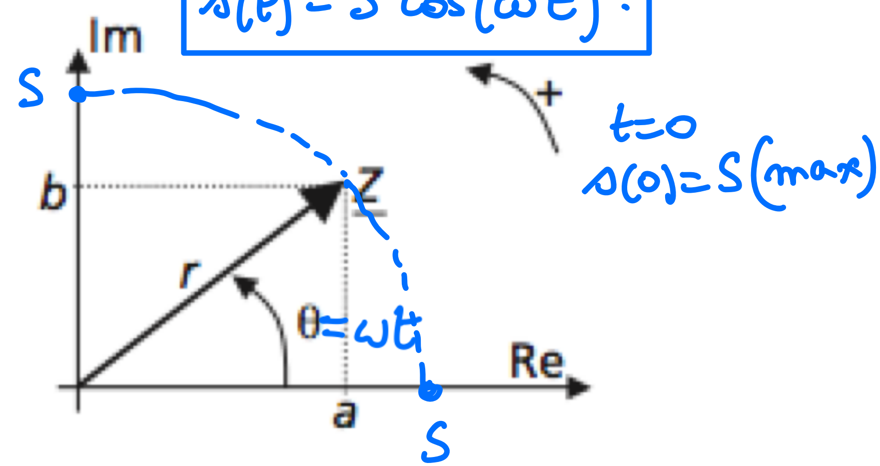
$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

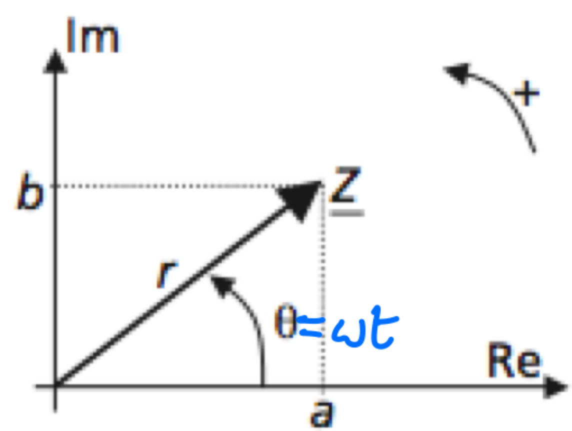


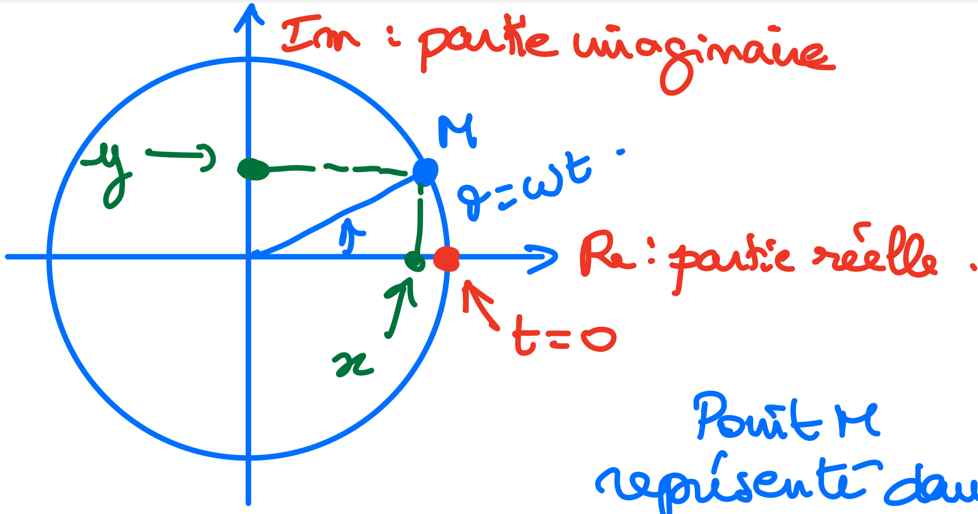


On voit qu'une tension pourra être représentée par un complexe et sa **partie réelle** est la projection sur l'axe horizontal.

$\boxed{s(t) = S \cos(\omega t).}$







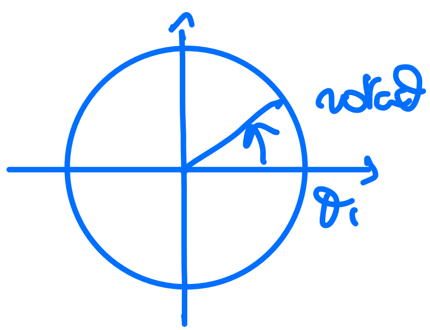
$\cos(\theta) \xleftrightarrow{\text{noté}} \begin{cases} e^{i\theta} \\ i^2=-1 \end{cases}$

<u>en physique</u>

MOIVRE $\longleftarrow \begin{cases} e^{j\theta} \\ j^2=-1 \end{cases}$

Point M représenté dans le plan avec comme coord. $(\underbrace{\boxed{S\cos\theta}}_{= x}, \underbrace{S\sin\theta}_{= y})$.

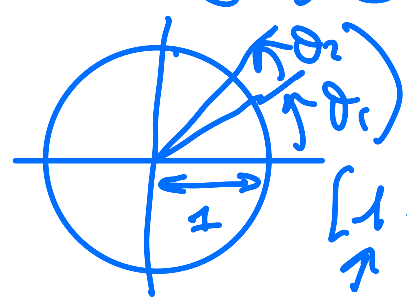
rotation de $\theta=0$ à θ_1



; 2 rotations : on utilise la propriété de e^n

$$e^n \times e^m = e^{n+m}$$

donc



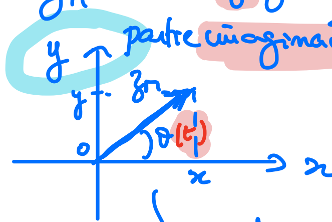
rotaθ $\theta_1+\theta_2$.

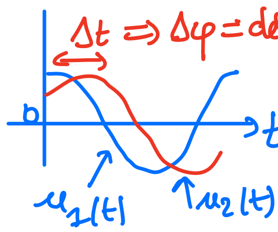
$$[1 \times \underbrace{e^{j\theta_1}}_{1^{ère}\ rota\theta}] \times e^{j\theta_2}$$

$\theta=$

Vocabulaire :

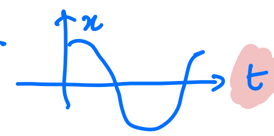
"position" du point M : affixe $z_M = x + \underbrace{j y}_{\text{notation du type planaire}}$

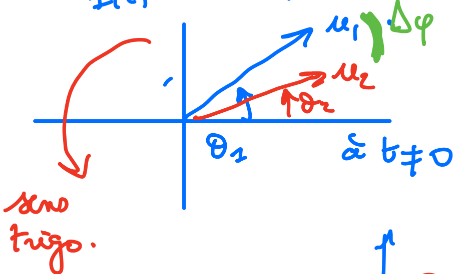




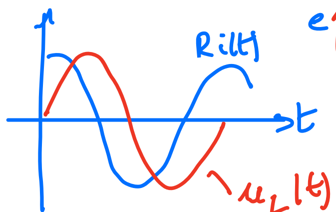
FRESNEL

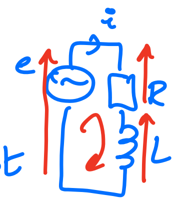
représentation réelle





Application





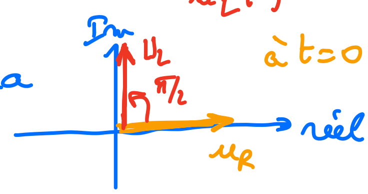
origine des phases : $i(t)$.

$u_1 = Ri = RI\cos(\omega t)$.

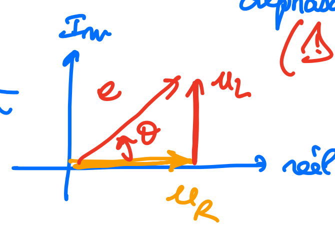
$u_2 = u_L = L\dfrac{di}{dt} = U\cos(\omega t + \varphi)$

déphasage. ($\triangle$ $\pi/2$)

on montrera



d'où



$e(t) = Ri + u_L$

Cas d'une source sinusoïdale : valeur moyenne

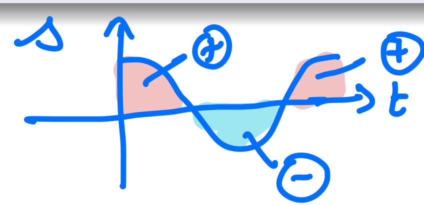
Valeur moyenne pour le cas réel : $< u(t) >= \dfrac{1}{T} \displaystyle\int_{t=0}^{T} u(t)\ dt$

Cas complexe : $< u(t) >=$

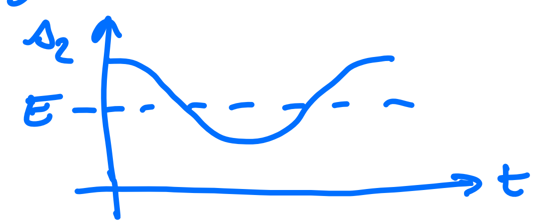
Cas d'une source sinusoïdale : valeur moyenne

Valeur moyenne pour le cas réel : $< u(t) >= \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T} u(t)\ dt$

$$\begin{cases} s(t) = S\cos(\omega t) \\ \langle s \rangle = 0 \end{cases}$$

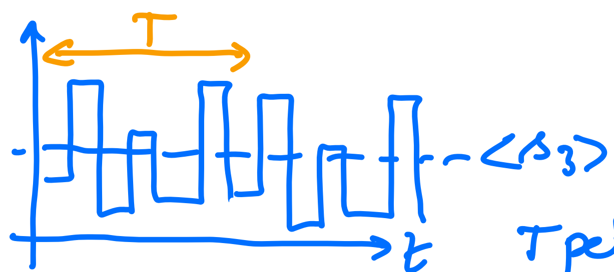


$s_2(t) = E + S\cos(\omega t)$ $\quad E > 0$



$\langle s_2 \rangle = \langle E + S\cos(\omega t) \rangle$
$= E + 0$

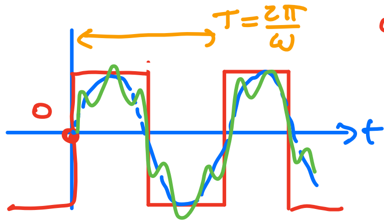
mais si s_3 est :



T petit
↳ moteur ne "sent" que $\langle s_3 \rangle$

⚠ comment calculer sans effort $\langle s \rangle$? FOURIER (méthode de mesure sur les appareils. FFT Fast Fourier Transform)

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \right]$$



$a_0 = \langle f \rangle = 0$ ici

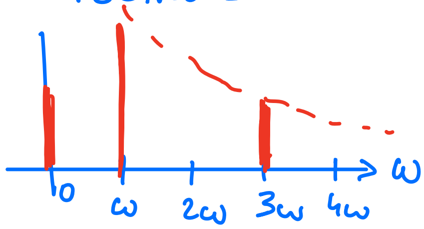
$a_n = 0$ car impaire alors que $\cos(n\omega t)$ est paire.

$b_2 < b_1$ etc. ($b_n \downarrow$ avec $n \uparrow$).

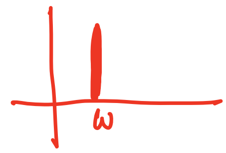
n "grand"

représentat°

SPECTRE DE FOURIER



si sinus :



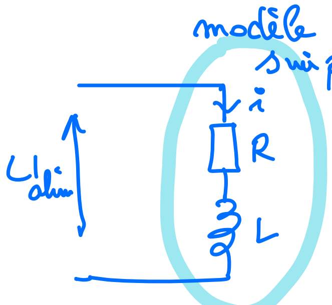
Mardi 11/10

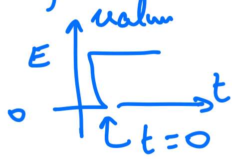
Moteurs élec ? → comment un moteur (R + bobinage L) va réagir à une alimentation ?

↓

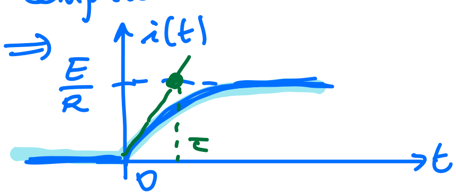
variation temporelle de $i(t)$

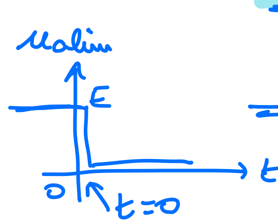
modèle simple d'un moteur (1 rotor) :



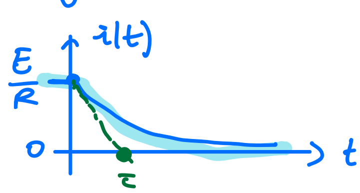


⇒ comportement

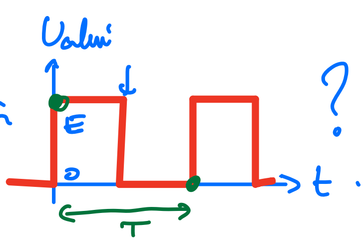




⇒

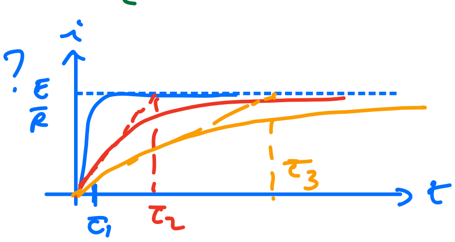


et si

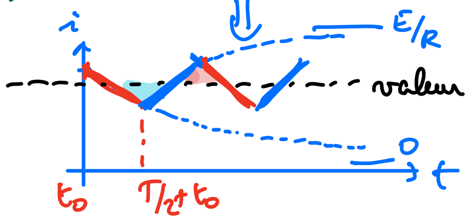


?

valeurs de τ ?

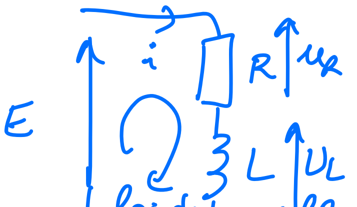


Si $T \ll \tau$ ("petit devant") : on "ne laisse pas le tps" à $i(t)$ pour atteindre sa limite (régime permanent)



valeur moyenne non nulle intermédiaire entre 0 et E

Résolution math

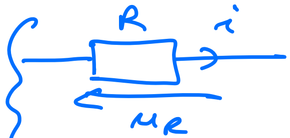


loi des mailles

$$\boxed{E = Ri + L\frac{di}{dt}}$$

résoudre

Élec ⚠ $u_R = Ri$



convention récepteur

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

$u_L = 0$ si $\boxed{i = \text{cste}}$

équivalent à un fil de $R = 0$

solu° en R.T. ?

(1) $Ri + L\frac{di}{dt} = 0$

$$\int \frac{di}{i} = \int -\frac{R}{L}\,dt$$

$$\ln|i| = -\frac{R}{L}t + \text{cste}$$

$$i_1 = e^{-\frac{Rt}{L} + \text{cste}} = \underbrace{e^{\text{cste}}}_{i_0} \times e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$\tau = \frac{L}{R}$

solu° en R.P.

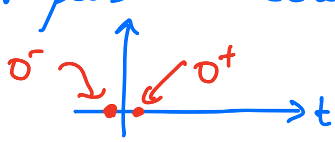
(2) $E = Ri_2 + 0$

Solution "générale" ⇒ somme de i_1 et i_2

$$\boxed{i(t) = i_0 e^{-t/\tau} + \frac{E}{R}}$$

qui doit vérifier "des" conditions

$t = 0$: on a par exemple $i(0^-) = 0$ (avant $t = 0$, le géné n'est pas connecté et pas de courant).



signifie que $\varepsilon \ll 1 \Rightarrow \begin{cases} 0^+ = +\varepsilon \\ 0^- = -\varepsilon \end{cases}$

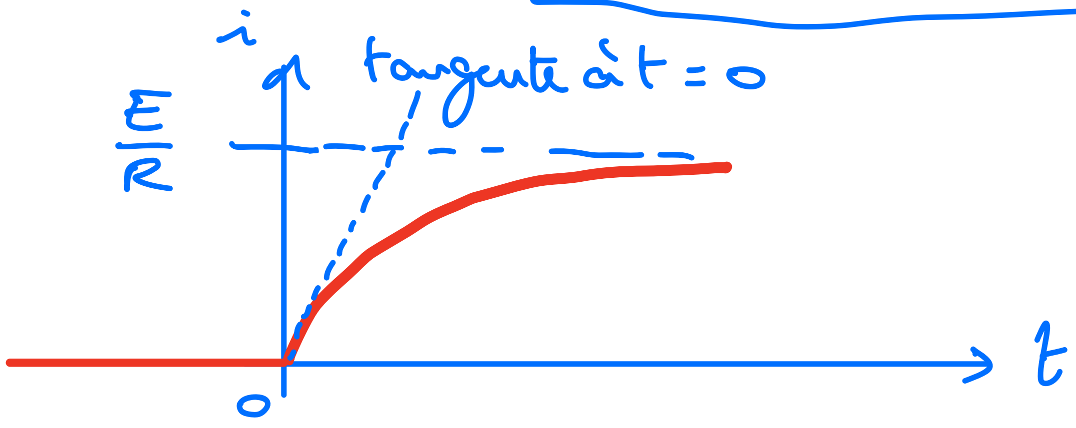
⚠ à retenir Energie est une fonction continue (non discontinue)

$\Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L i^2 \Rightarrow i(t)$ continue $\Rightarrow i(0^+) = i(0^-)$

donc i_0 va être connu car $i_0 e^{-\frac{0}{\tau}} + \frac{E}{R} = 0$

et $e^0 = 1 \Rightarrow i_0 + \frac{E}{R} = 0$

d'où $t > 0$: $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$.



$\lim_{t \to \infty} e^{-t/\tau} = 0$

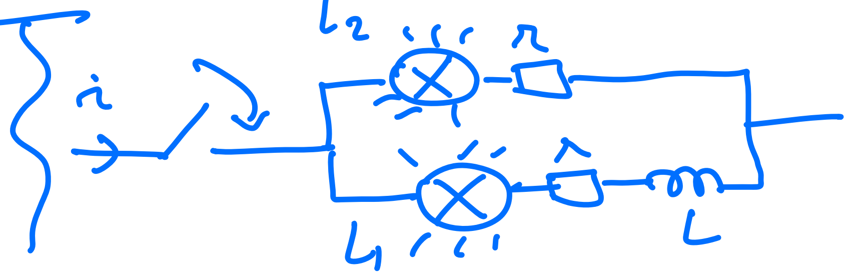
tangente $\Rightarrow$ dérivée avec $\frac{d}{dt} e^{at} = a \times e^{at}$

donc $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-t/\tau}\right) = 0 - \frac{E}{R} \times \left(\frac{-1}{\tau}\right) e^{-t/\tau}$

$$\boxed{\frac{di}{dt} = \frac{E}{R} \times \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}} = \frac{E}{R} \times \frac{R}{L} e^{-t/\tau} = \boxed{\frac{E}{L} e^{-t/\tau}}.$$

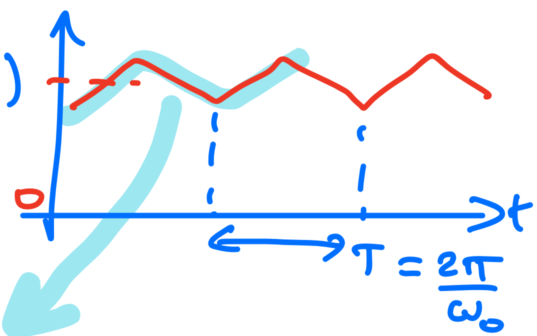
↳ à $t = 0^+$ $\Rightarrow$ $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \times e^{0}$ donc la pente augmente si $L \downarrow$

Rem



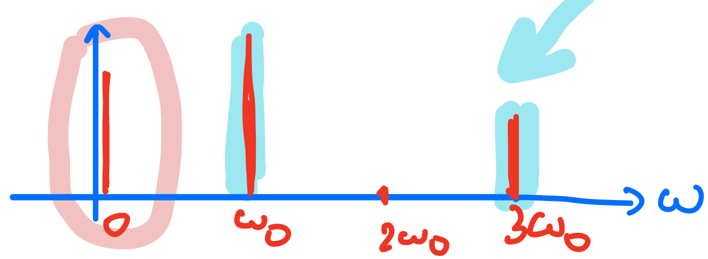
L_2 s'allume fort avant L_1.

Une fois un signal $i(t)$



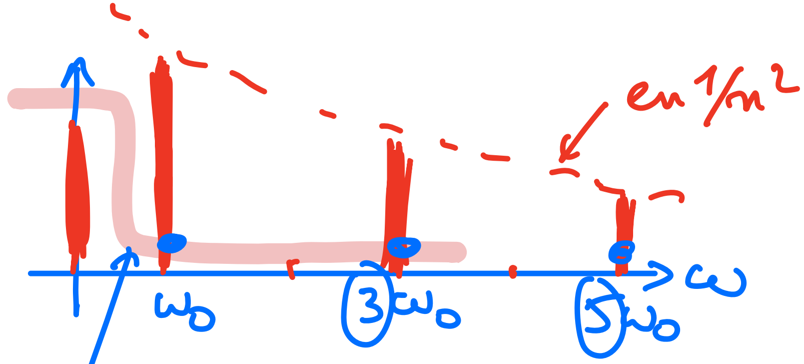
obtenu, comment n'avoir que la valeur moyenne ?

↳ FOURIER



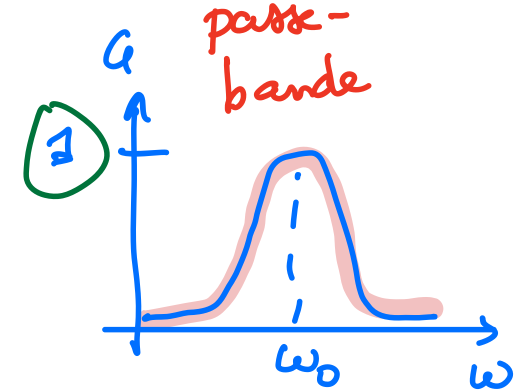
Comment obtenir le pic en $\omega = \omega_0$ seul ?

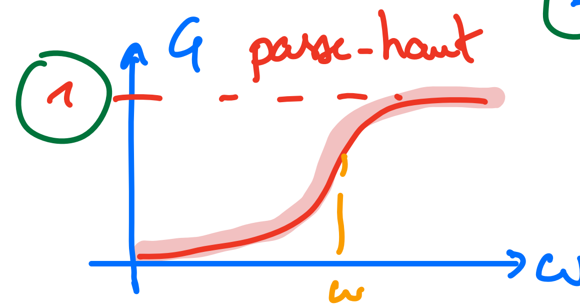
↳ filtrage



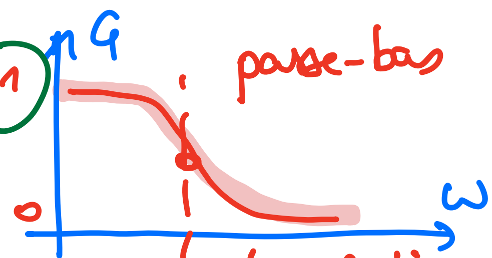
nécessité d'étudier des associations R, L, C

fonction "FILTRE"



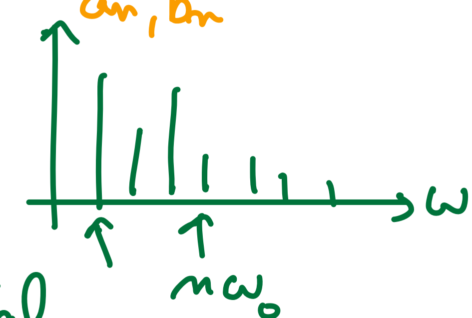


pas toujours



ω_c (pulsation de COUPURE)

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \right) \Rightarrow \text{spectre}$$

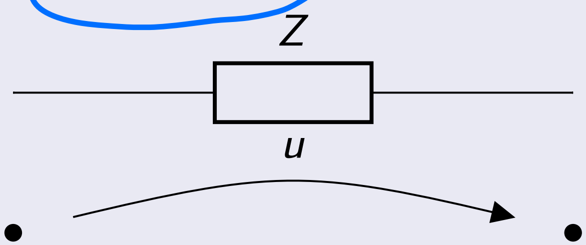


donc 1 pic  $\Rightarrow$ signal sinusoïdal

But : expliquer le fonctionnement des filtres

→ relation avec $\boxed{\omega}$

Notion d'impédance



$u = Z \times i$ Résistance $Z = R$

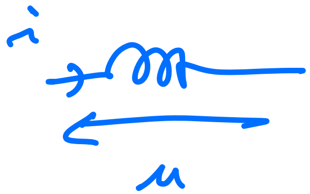
condensateur $Z = Z_c = \dfrac{1}{jC\omega}$,

bobine $Z = Z_L = jL\omega$

Pour chacun de ces dipôles, on peut tracer une représentation graphique dans le plan complexe

$Z_C = \dfrac{1}{jC\omega}$ $Z_L = jL\omega$ $Z_R = R$

loi d'ohm $U = Z\, i$



$u = L \frac{di}{dt}$. mais $i = i_0 \cos(\omega t)$

s'écrit en notation complexe

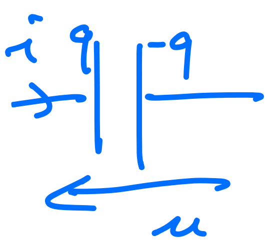
$i = i_0 e^{j\omega t}$ avec $j^2 = -1$

$\hookrightarrow \frac{di}{dt} = i_0 \times j\omega \times e^{j\omega t}$

$\hookrightarrow u = i_0 L j\omega e^{j\omega t}$

$\Rightarrow u = \underbrace{[jL\omega]}_{Z} i$

Z (impédance)



$u = \frac{q}{C}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$. avec $q(t) = q_0 e^{j\omega t}$.

$\hookrightarrow \frac{dq}{dt} = q_0 j\omega e^{j\omega t}$

$q = \int i\,dt$

⚠ $\int e^{at}dt = \frac{1}{a} e^{at} \Rightarrow q = \int i_0 e^{j\omega t} dt = \frac{i_0}{j\omega} e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega} \cdot i$

$\hookrightarrow u = \frac{1}{C} \int i\,dt = \underbrace{\left[\frac{1}{jC\omega}\right]}_{Z} i$

Intérêt ? → comportement fréquentiel des dipôles.

↓

FILTRES

$Z = jL\omega$

$u = Z\, i$

$u = |Z|\, i$

réel.

↑ module

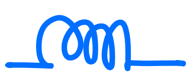
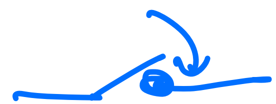
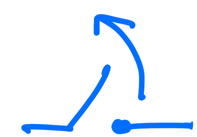
donc

$u = L\omega \cdot i$

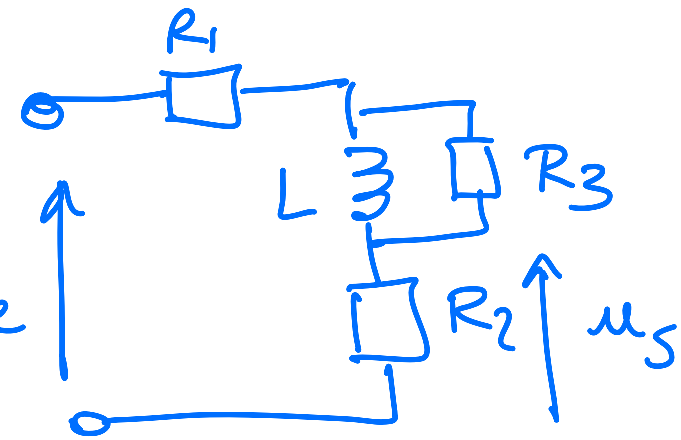
$$\begin{cases} Z = a + jb \\ |Z| = \sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$$

donc $\omega \to 0$ (continu)

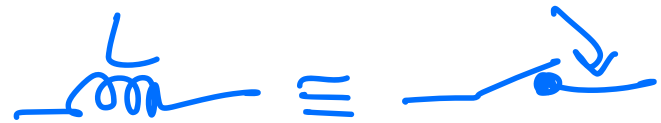
$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} u \to 0 \\ i \neq 0 \end{array}\right.$$

donc
- (basse fréq) $\omega \to 0 \Rightarrow$  équiv à  (fil)
- $\omega \to \infty$: $i = \dfrac{u}{L\omega} \to 0 \Rightarrow$  équiv à 
  (h^{te} fréq)

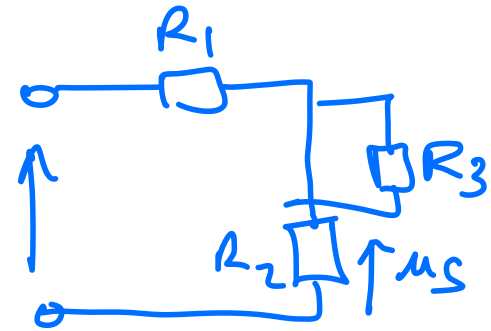
Exemple



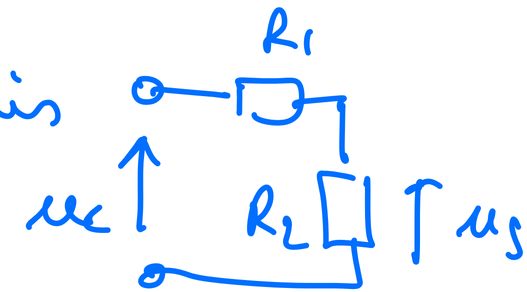
à basse fréq, $\omega \to 0$ donc



donc

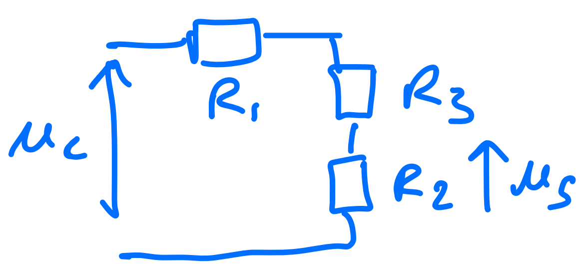


puis



à h^{te} fréq : $\omega \to \infty$

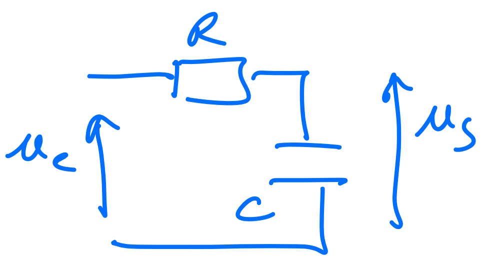
donc



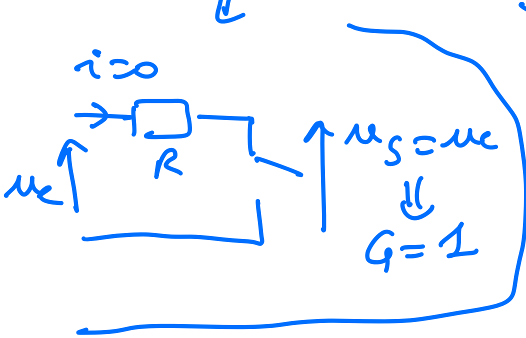
Exemple d'un filtre RC

$H = \frac{u_s}{u_e}$ ← complexe

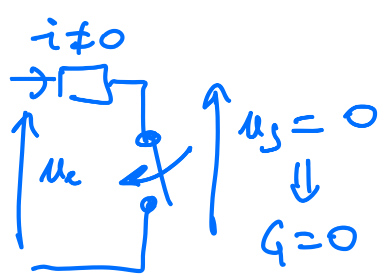
$G = |H|$ en réel.



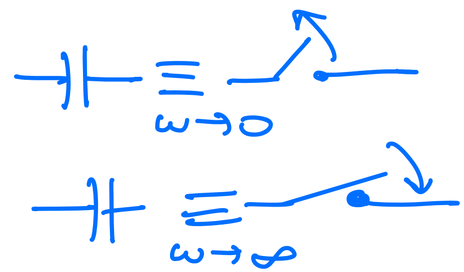
$\omega \to 0$

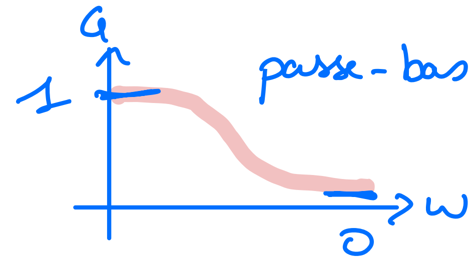


$\omega \to \infty$



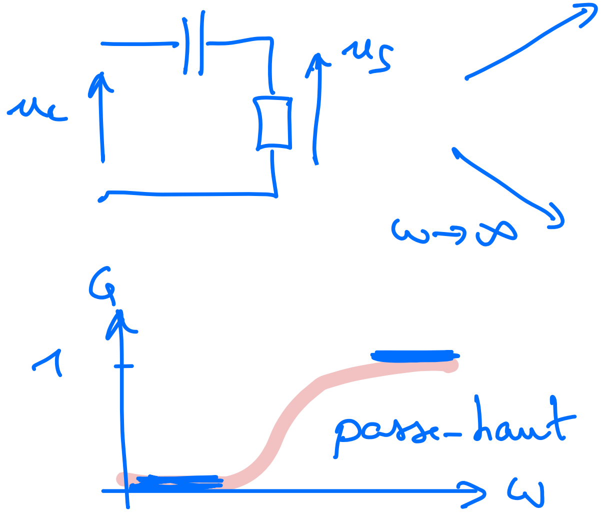
$Z_C = \frac{1}{jC\omega}$

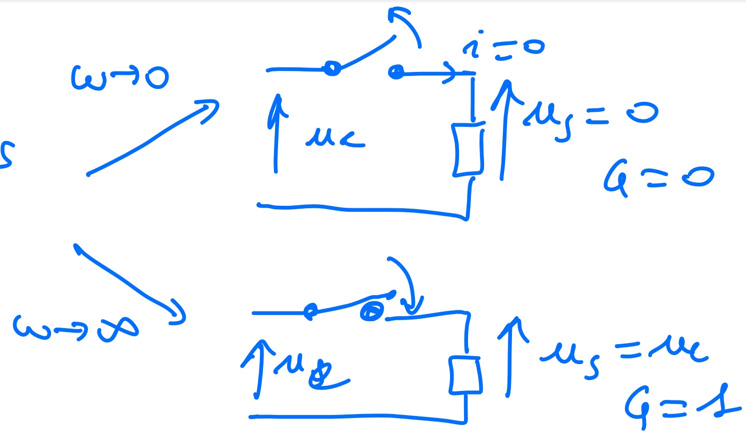




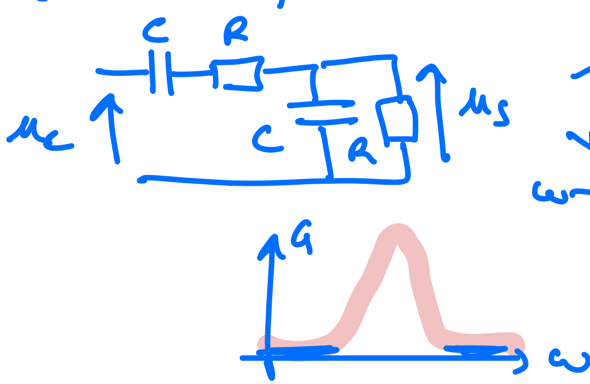
passe-bas !

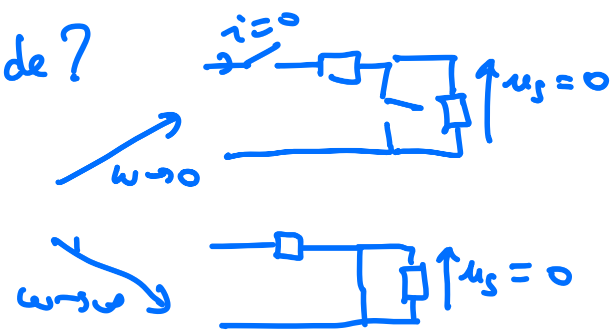
2^e cas :



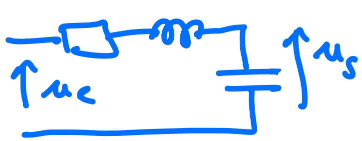


<u>3^e cas</u> : passe-bande ?

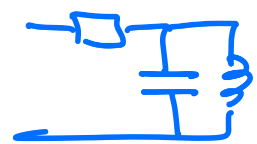




Autre passe-bande :

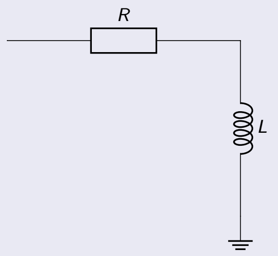


ou



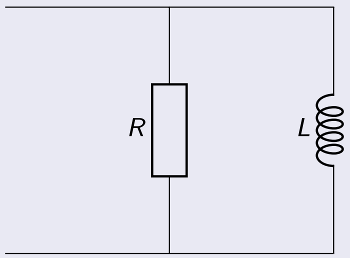
Représentation graphique dans le plan complexe

Exemple d'association : exercice



$$u = Z_{tot} \times i$$

Exemple d'association



$$u = Z'_{tot} \times i$$

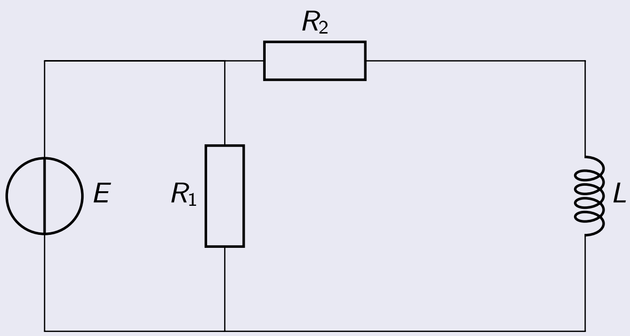
On utilise la notation
$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \phi)$

Définitions

Puissance instantanée : $P(t) = u(t) \times i(t)$ en réel en watt
Puissance active : $P =< p(t) >= U \times I \times \cos\phi = \dfrac{U_{max} \times I_{max}}{2} \times \cos\phi$ en watt
Puissance réactive : $Q = U \times I \times \sin\phi = \dfrac{U_{max} \times I_{max}}{2} \times \sin\phi$ en VA.R
Puissance apparente : $S = U \times I$ en VA
Facteur de puissance : c'est le terme $\cos\phi$

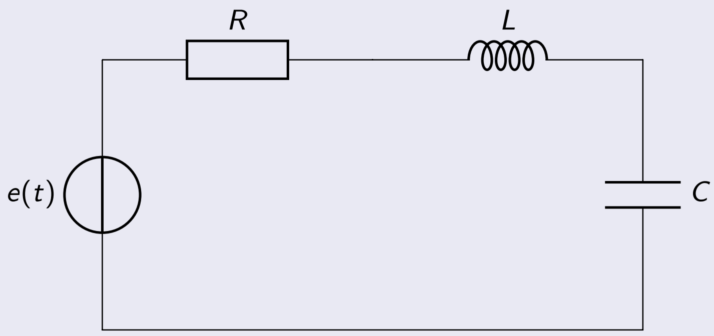
On a $S^2 = P^2 + Q^2$ $\qquad \cos\phi = \dfrac{P}{S}$ $\qquad \tan\phi = \dfrac{Q}{P}$

Exemple : exercice



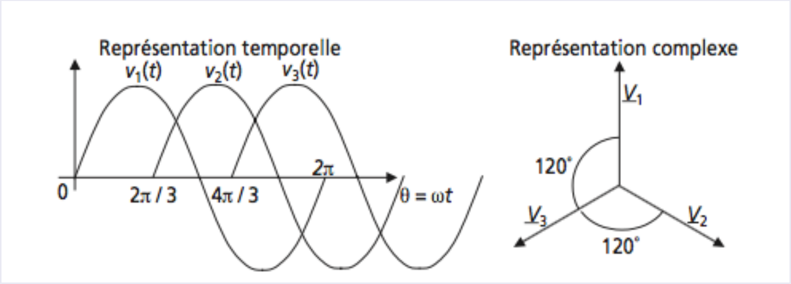
1. calculer les valeurs efficaces des courants
2. calculer P, Q et S
3. en déduire le facteur de puissance

Tracé du diagramme dans le plan complexe : exercice



1. exprimer les tensions
2. tracer les vecteurs tensions dans le plan complexe avec $e(t)$ comme origine des phases
3. idem avec $i(t)$ comme origine des phases
4. en déduire le facteur de puissance

Forme de l'alimentation

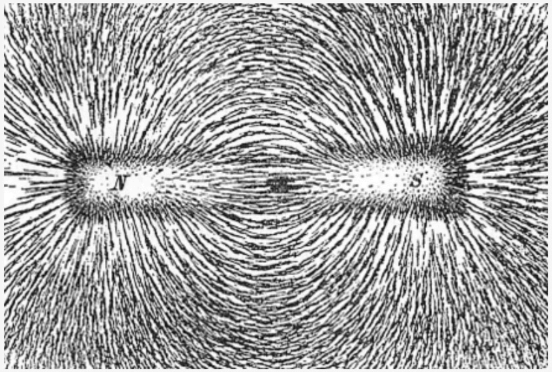


$$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$$
$$v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2}{3})$$
$$v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4}{3})$$

- Couplage en étoile

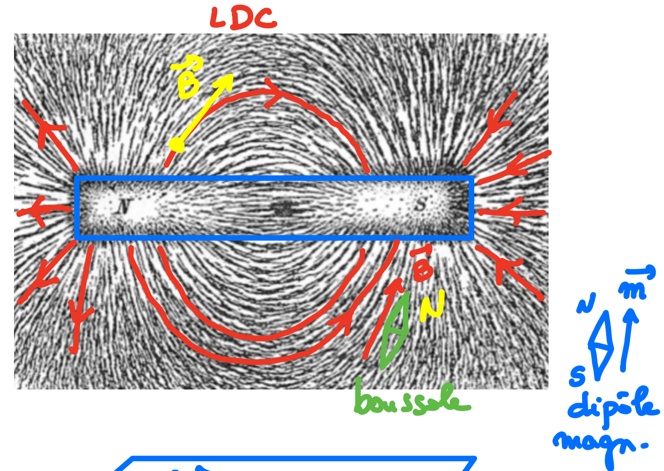
- Couplage en triangle

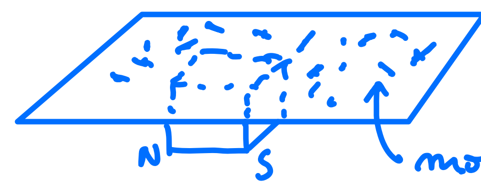
Champ magnétique



Visualisation du champ magnétique créé par un aimant droit.

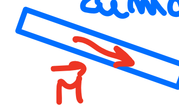
Unités SI	Tesla (T)
Autres unités	Gauss (G), œrsted (Oe)
Dimension	$M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}$
Base SI	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Nature	Grandeur vectorielle (pseudovecteur) intensive
Symbole usuel	$\boldsymbol{B}$, $\vec{B}$





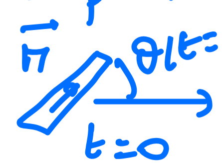
morceaux de fer ("limaille")

aimantable



orientation ?

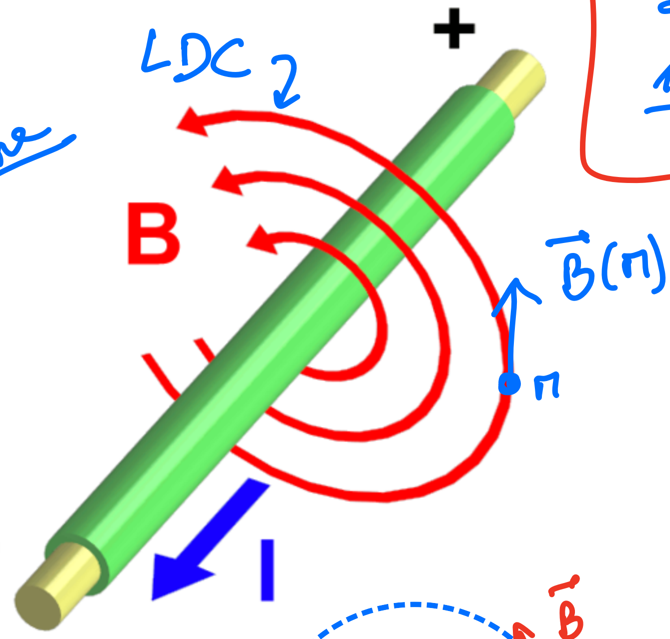
champ extérieur ? ($\vec{B_e}$)



$\Rightarrow$ équilibre à $\theta = 0$

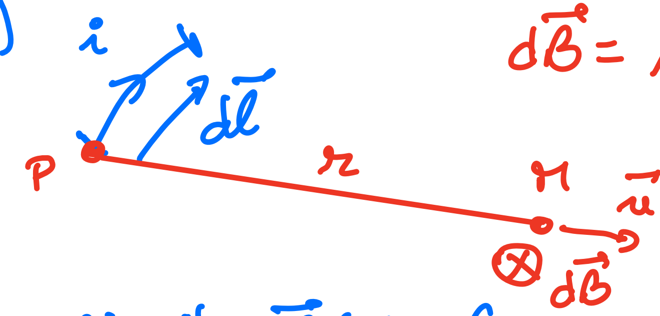
fil élec rectiligne

LDC



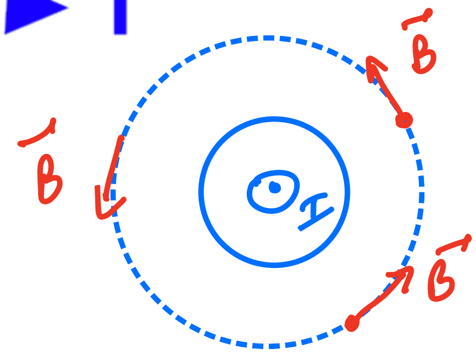
Source de $\vec{B}$?

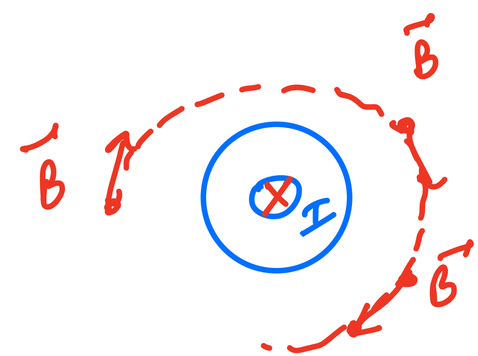
1er cas : un courant i = cste ou i variable ($i(t)$) crée un $\vec{B}$ (loi de Biot et Savart).



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{i\,\vec{dl}\wedge\vec{u}}{r^2}$$

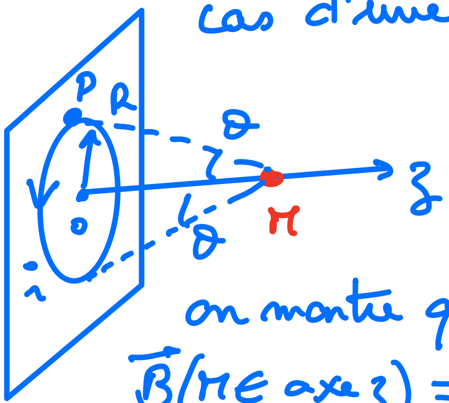
circuit : $\vec{B}(M) = \int_{P\in \text{circuit}} d\vec{B}$.

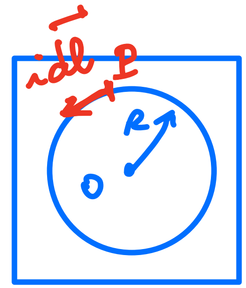




Spire ?

cas d'une spire circulaire de rayon R





$$[dB] = \left[\frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{i\,\vec{dl}\wedge\vec{u}}{r^2}\right]$$

dimension $\rightarrow [B] = \left[\frac{\mu_0 i}{L}\right]$

on montre que

$$\vec{B}(M \in \text{axe } z) = \boxed{B}\,\vec{u_z}$$

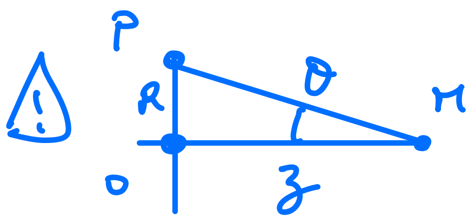
$\rightarrow$ amplitude ?

$$B(M \in \text{axe}) = \frac{\mu_0 i}{2R}\sin^3\theta$$

$\sqrt{x} = x^{1/2}$

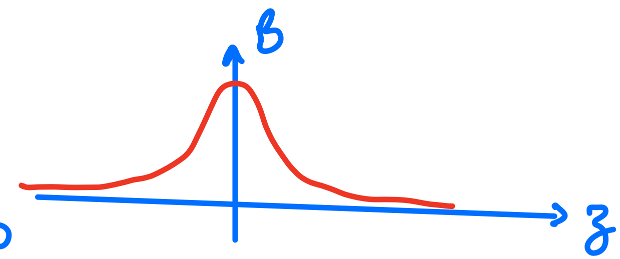
$(\sqrt{x})^3 = x^{3/2}$

⚠



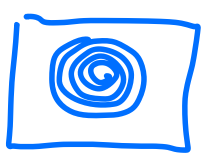
$$\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}} \Rightarrow B(M \in \text{axe}) = \frac{\mu_0 i}{2}\,\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

$$B(z=0) = \frac{\mu_0 i}{2}\,\frac{R^2}{R^3} = \frac{\mu_0 i}{2R} = B_0$$



$$z \to +\infty : \quad B(M \in \text{axe}) \simeq \frac{\mu_0 i}{2}\,\frac{R^2}{z^3} \xrightarrow[z\to\infty]{} 0$$

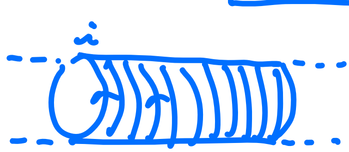
Bobines * plates



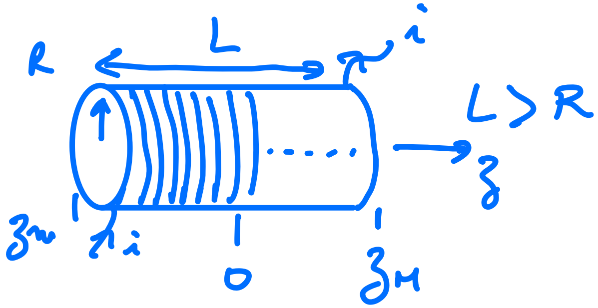
(spirale) $\longrightarrow$ modélisé par

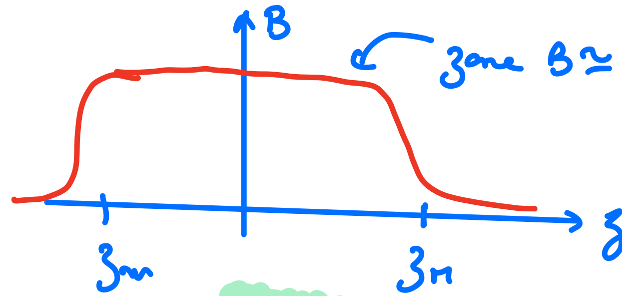
N spires

* solénoïdes



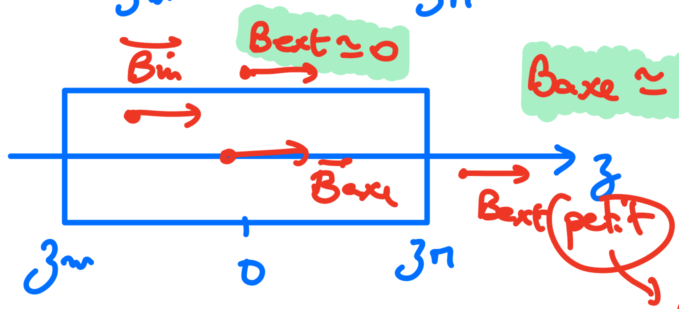
long voire infini.





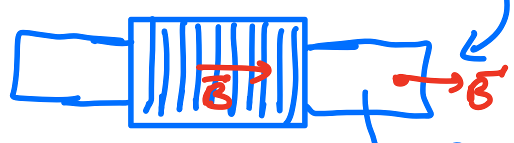
→ cf simulations avec FEMM .

et <u>en plus</u>



$B_{axe} \simeq B_{int}$

donc une bobine va <u>peu</u> influencer un dipôle mgn (rotor)



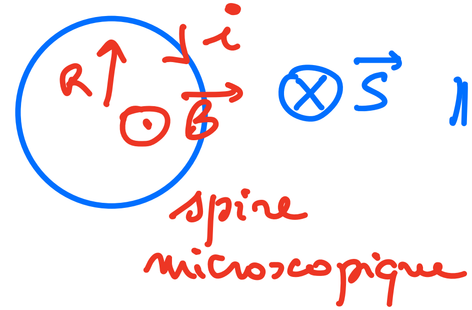
matériau mgn va guider le B produit <u>sans</u> changer la norme. (pour l'amener au plus proche du rotor) .

Source n°2 de $\vec{B}$?

Matière ⇒ "aimant permanent".

$i\vec{S} = \vec{m}$

idem :

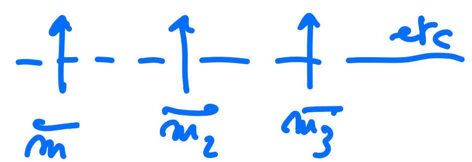


$\otimes \vec{S}$ $\quad \|\vec{S}\| = \pi R^2$

Matière désordonnée ⇒ somme des $\vec{B} \simeq \vec{0}$

($\vec{B}$ a toutes les directions)

mais pour certains matériaux, les interactions avec les dipôles $\vec{m}$ atomiques vont donner :



donc $\sum \vec{m} \neq \vec{0} \Rightarrow \underbrace{\vec{M}}_{\text{aimantation}} \neq \vec{0}$